

Школьный этап ВсОШ 2023/24, математика, 11 класс

4:00—18:00 19 окт 2023 г.

№ 1, вариант 1

1 балл

Шесть действительных чисел образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма первого, пятого и шестого членов в 4 раза больше, чем среднее арифметическое первого, третьего и пятого членов. Во сколько раз сумма второго и третьего членов прогрессии больше первого члена прогрессии?

Число или дробь

№ 1, вариант 2

1 балл

Шесть действительных чисел образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма первого, пятого и шестого членов в 4 раза больше, чем среднее арифметическое первого, третьего и пятого членов. Во сколько раз сумма второго и четвертого членов прогрессии больше первого члена прогрессии?

Число или дробь

№ 1, вариант 3

1 балл

Шесть действительных чисел образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма первого, пятого и шестого членов в 4 раза больше, чем среднее арифметическое первого, третьего и пятого членов. Во сколько раз сумма третьего и четвертого членов прогрессии больше первого члена прогрессии?

Число или дробь

№ 1, вариант 4

1 балл

Шесть действительных чисел образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма первого, пятого и шестого членов в 4 раза больше, чем среднее арифметическое первого, третьего и пятого членов. Во сколько раз сумма третьего и пятого членов прогрессии больше первого члена прогрессии?

Число или дробь

№ 2, вариант 1

1 балл

Стеклянный полый правильный тетраэдр, стоящий гранью на столе, наполнили водой до $\frac{4}{5}$ от высоты. После этого всю воду перелили в маленькие полые одинаковые правильные тетраэдры, ребро каждого из которых в 5 раз меньше, чем ребро исходного тетраэдра. Сколько маленьких тетраэдров потребуется?

Число

№ 2, вариант 2

1 балл

Стеклянный полый правильный тетраэдр, стоящий гранью на столе, наполнили водой до половины высоты. После этого всю воду перелили в маленькие полые одинаковые правильные тетраэдры, ребро каждого из которых в 2 раза меньше ребра исходного тетраэдра. Сколько маленьких тетраэдров потребуется?

Число

№ 2, вариант 3

1 балл

Стеклянный полый правильный тетраэдр, стоящий гранью на столе, наполнили водой до $\frac{2}{3}$ высоты. После этого всю воду перелили в маленькие полые одинаковые правильные тетраэдры, ребро каждого из которых в 3 раза меньше ребра исходного тетраэдра. Сколько маленьких тетраэдров потребуется?

Число

№ 2, вариант 4

1 балл

Стеклянный полый правильный тетраэдр, стоящий гранью на столе, наполнили водой до $\frac{3}{4}$ высоты. После этого всю воду перелили в маленькие полые одинаковые правильные тетраэдры, ребро каждого из которых в 4 раза меньше ребра исходного тетраэдра. Сколько маленьких тетраэдров потребуется?

Число

№ 3, вариант 1

1 балл

В одной стране живут гаврики и оболтусы. Известно, что оболтусы всегда врут, а гаврики всегда говорят правду. Однажды собрались в хоровод на площади 10 жителей этой страны, и каждый сделал заявление: «Ровно у одного из двух моих соседей есть сосед-оболтус!». Сколько в хороводе может быть оболтусов? Укажите все возможные варианты.

Число



№ 3, вариант 2

1 балл

В одной стране живут гаврики и оболтусы. Известно, что оболтусы всегда врут, а гаврики всегда говорят правду. Однажды собрались в хоровод на площади 10 жителей этой страны, и каждый сделал заявление: «Ровно у одного из двух моих соседей есть сосед-оболтус!». Сколько в хороводе может быть гавриков? Укажите все возможные варианты.

Число



№ 3, вариант 3

1 балл

В одной стране живут мальчиши и плохиши. Известно, что плохиши всегда врут, а мальчиши всегда говорят правду. Однажды собрались в хоровод на площади 10 жителей этой страны, и каждый сделал заявление: «Ровно у одного из двух моих соседей есть сосед-плохиш!». Сколько в хороводе может быть плохишей? Укажите все возможные варианты.

Число



№ 3, вариант 4

1 балл

В одной стране живут мальчиши и плохиши. Известно, что плохиши всегда врут, а мальчиши всегда говорят правду. Однажды собрались в хоровод на площади 10 жителей этой страны, и каждый сделал заявление: «Ровно у одного из двух моих соседей есть сосед-плохиш!». Сколько в хороводе может быть мальчишей? Укажите все возможные варианты.

Число



№ 4, вариант 1

1 балл

Рассмотрим стозначное число вида: $333\dots335$ (в числе 99 троек и одна пятёрка в разряде единиц). Сколько чётных цифр в десятичной записи квадрата этого числа?

Число

№ 4, вариант 2

1 балл

Рассмотрим стозначное число вида: $333\dots336$ (в числе 99 троек и одна шестёрка в разряде единиц). Сколько чётных цифр в десятичной записи квадрата этого числа?

Число

№ 4, вариант 3

1 балл

Рассмотрим стозначное число вида: $333\dots337$ (в числе 99 троек и одна семёрка в разряде единиц). Сколько чётных цифр в десятичной записи квадрата этого числа?

Число

№ 4, вариант 4

1 балл

Рассмотрим стозначное число вида: $333\dots334$ (в числе 99 троек и одна четвёрка в разряде единиц). Сколько нечётных цифр в десятичной записи квадрата этого числа?

Число

№ 5, вариант 1

1 балл

Через середину M стороны CD прямоугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K , а луч BC — в точке L . Известно, что $KM = 20$, а $MD = 12$.

Также проведена окружность w_1 радиусом 30 с центром в точке K и окружность w_2 радиусом 50 с центром в точке L . Оказалось, что одна из точек пересечения w_1 и w_2 лежит на луче AB .

Найдите расстояние от точки B до общей точки окружностей w_1 , w_2 и луча AB .

Число или дробь

№ 5, вариант 2

1 балл

Через середину M стороны CD прямоугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K , а луч BC — в точке L . Известно, что $KM = 20$, а $MD = 12$.

Также проведена окружность w_1 радиусом 30 с центром в точке K и окружность w_2 радиусом 50 с центром в точке L . Оказалось, что одна из точек пересечения w_1 и w_2 лежит на луче AB .

Найдите расстояние от точки A до общей точки окружностей w_1 , w_2 и луча AB .

Число или дробь

№ 5, вариант 3

1 балл

Через середину M стороны CD прямоугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K , а луч BC — в точке L . Известно, что $KM = 20$, а $MD = 12$.

Также проведена окружность w_1 радиусом 30 с центром в точке K и окружность w_2 радиусом 50 с центром в точке L . Оказалось, что одна из точек пересечения w_1 и w_2 лежит на луче AB .

Найдите расстояние от точки C до общей точки окружностей w_1, w_2 и луча AB .

Число или дробь

№ 5, вариант 4

1 балл

Через середину M стороны CD прямоугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке K , а луч BC — в точке L . Известно, что $KM = 10$, а $MD = 6$.

Также проведена окружность w_1 радиусом 15 с центром в точке K и окружность w_2 радиусом 25 с центром в точке L . Оказалось, что одна из точек пересечения w_1 и w_2 лежит на луче AB .

Найдите расстояние от точки A до общей точки окружностей w_1, w_2 и луча AB .

Число или дробь

№ 6, вариант 1

1 балл

Между деревнями Заборово и Новые Рундуки есть дорога, длина которой выражается целым числом километров. По дороге через каждый километр стоит километровый столб, с одной стороны которого указано расстояние в километрах до Заборово, а с другой стороны — расстояние до Новых Рундуков. В самих деревнях километровые столбы не стоят, то есть нет столба с числом 0. Известно, что для записи чисел на каждом километровом столбце всего было использовано ровно 4 цифры, возможно, не все разные (смотри пример столба на картинке).

Чему может быть равно расстояние от Заборово до Новых Рундуков? Ответ выразите в километрах.



Число

№ 6, вариант 2

1 балл

Между сёлами Солнцево и Лунево есть дорога, длина которой выражается целым числом километров. По дороге через каждый километр стоит километровый столб, с одной стороны которого указано расстояние в километрах до Солнцево, а с другой стороны — расстояние до Лунево. В самих деревнях километровые столбы не стоят, то есть нет столба с числом 0. Известно, что для записи чисел на каждом километровом столбце всего было использовано ровно 4 цифры, возможно, не все разные. Чему может быть равно расстояние от Солнцево до Лунево? Ответ выразите в километрах.



Число

№ 6, вариант 3

1 балл

Между сёлами Гаврилово и Пугальцево есть дорога, длина которой выражается целым числом километров. По дороге через каждый километр стоит километровый столб, с одной стороны которого указано расстояние в километрах до Гаврилово, а с другой стороны — расстояние до Пугальцево. В самих деревнях километровые столбы не стоят, то есть нет столба с числом 0. Известно, что для записи чисел на каждом километровом столбце всего было использовано ровно 4 цифры, возможно, не все разные. Чему может быть равно расстояние от Гаврилово до Пугальцево? Ответ выразите в километрах.



Число

№ 6, вариант 4

1 балл

Между деревнями Мамино и Папино есть дорога, длина которой выражается целым числом километров. По дороге через каждый километр стоит километровый столб, с одной стороны которого указано расстояние в километрах до Мамино, а с другой стороны — расстояние до Папино. В самих деревнях километровые столбы не стоят, то есть нет столба с числом 0. Известно, что для записи чисел на каждом километровом столбце всего было использовано ровно 4 цифры, возможно, не все разные. Чему может быть равно расстояние от Мамино до Папино? Ответ выразите в километрах.



Число

№ 7, вариант 1

1 балл

В стране 20 городов, некоторые пары из которых соединены прямыми дорогами. Между любыми двумя городами проходит не более одной дороги. Известно, что для любых двух городов A и B , соединённых дорогой, найдётся такой город C , что ни A , ни B не соединены прямой дорогой с C . Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?

Число

№ 7, вариант 2

1 балл

В стране 19 городов, некоторые пары из которых соединены прямыми дорогами. Между любыми двумя городами проходит не более одной дороги. Известно, что для любых двух городов A и B , соединённых дорогой, найдётся такой город C , что ни A , ни B не соединены прямой дорогой с C . Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?

Число

№ 7, вариант 3

1 балл

В стране 18 городов, некоторые пары из которых соединены прямыми дорогами. Между любыми двумя городами проходит не более одной дороги. Известно, что для любых двух городов A и B , соединённых дорогой, найдётся такой город C , что ни A , ни B не соединены прямой дорогой с C . Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?

Число

№ 7, вариант 4

1 балл

В стране 17 городов, некоторые пары из которых соединены прямыми дорогами. Между любыми двумя городами проходит не более одной дороги. Известно, что для любых двух городов A и B , соединённых дорогой, найдётся такой город C , что ни A , ни B не соединены прямой дорогой с C . Какое наибольшее количество дорог может быть в этой стране?

Число

№ 8, вариант 1

1 балл

В ряд стоит 12 детей. При каких k от 2 до 12 заявление: «Если среди любых k подряд стоящих детей девочек больше, чем мальчиков, то и всего в ряду девочек больше, чем мальчиков» будет верным?

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

№ 8, вариант 2

1 балл

В ряд стоит 9 детей. При каких k от 1 до 9 заявление: «Если среди любых k подряд стоящих детей девочек больше, чем мальчиков, то и всего в ряду девочек больше, чем мальчиков» будет верным?

1

2

3

4

5

6

7

8

9

№ 8, вариант 3

1 балл

В ряд стоит 10 детей. При каких k от 1 до 10 заявление: «Если среди любых k подряд стоящих детей девочек больше, чем мальчиков, то и всего в ряду девочек больше, чем мальчиков» будет верным?

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

№ 8, вариант 4

1 балл

В ряд стоит 11 детей. При каких k от 2 до 11 заявление: «Если среди любых k подряд стоящих детей девочек больше, чем мальчиков, то и всего в ряду девочек больше, чем мальчиков» будет верным?

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11